

طرح درس: جبر خطی

مشخصات کلی درس

عنوان درس به فارسی: جبر خطی

عنوان درس به انگلیسی: Linear Algebra :

رشته / مقطع: کارشناسی ریاضیات و کاربردها

نوع درس: پایه – نظری

تعداد واحد: ۳

زمان: یکشنبه ها 8-10 سه شنبه ها 16-18

مدرس: دکتر کوکبی

تعداد ساعات: ۴۸ ساعت (۱۶ هفته)

پیش‌نیاز: ریاضیات عمومی ۲

هم‌نیاز :

هدف کلی درس

آشنایی نظام‌مند دانشجویان با ماتریس‌ها، فضاها، برداری و تبدیل‌های خطی و آماده‌سازی آنان برای به‌کارگیری این مفاهیم در حل دستگاه‌های معادلات خطی و نیز در دروس مهم و کاربردی بعدی همچون معادلات دیفرانسیل، آنالیز عددی، بهینه‌سازی، هندسه دیفرانسیل و علوم داده .

در این درس، علاوه بر مهارت محاسباتی، بر درک ساختاری مفاهیم، ارتباط میان نمایش‌های مختلف (جبری، ماتریسی و هندسی) و تفسیر نتایج تأکید می‌شود.

اهداف یادگیری

دانشجو پس از گذراندن این درس باید بتواند:

1. ماتریس‌ها و اعمال اصلی روی آن‌ها را تعریف و تحلیل کند .
2. دستگاه‌های معادلات خطی را با روش‌های ماتریسی حل و تفسیر نماید .

3. مفاهیم بنیادین فضای برداری، پایه و بعد را به صورت دقیق به کار گیرد .
4. رتبه ماتریس و ارتباط آن با حل پذیری دستگاه ها را تشخیص دهد .
5. تبدیل های خطی را درک کرده و نمایش ماتریسی آن ها را در پایه های مختلف بیابد .
6. مقادیر ویژه، بردارهای ویژه و نقش آن ها در قطری سازی را تحلیل کند .
7. ساختار فضاهای ضرب داخلی و ابزارهای متعامدسازی را در مسائل کاربردی استفاده نماید.

سرفصل ها و برنامه زمانی پیشنهادی

هفته های ۱-۳: ماتریس ها و دستگاه های معادلات خطی

تعریف ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

انواع ماتریس ها: صفر، همانی، قطری، مثلثی، متقارن، پادمتقارن

دستگاه های معادلات خطی

روش حذف گاوسی و اعمال سطری مقدماتی

ماتریس های مقدماتی و معکوس پذیری

هفته های ۴-۵: دترمینان

تعریف دترمینان

دترمینان و اعمال سطری

خواص دترمینان

ارتباط دترمینان و معکوس پذیری ماتریس

هفته های ۶-۸: فضاهای برداری

تعریف فضای برداری و مثال ها

زیرفضای برداری

ترکیب خطی، وابستگی و استقلال خطی

پایه و بعد

فضای های ستونی، سطری و رتبه ماتریس

آزمون میان‌ترم

هفته‌های ۹-۱۱: تبدیل‌های خطی

تعریف تبدیل خطی

هسته و تصویر

نمایش ماتریسی تبدیل خطی

تغییر پایه

شباهت ماتریس‌ها

هفته‌های ۱۲-۱۳: مقادیر و بردارهای ویژه

تعریف مقدار ویژه و بردار ویژه

چندجمله‌ای مشخصه

قطری‌سازی و مثلثی‌سازی ماتریس‌ها

قضیه کیلی-هامیلتون

هفته‌های ۱۴-۱۵: فضاهاى ضرب داخلی

تعریف ضرب داخلی

متعامد بودن و مجموعه‌های متعامد

پایه متعامد

فرایند گرام-اشمیت

تجزیه QR ماتریس

هفته ۱۶: کاربردها و جمع‌بندی

کاربردهای جبر خطی در معادلات دیفرانسیل، فیزیک، مهندسی و علوم داده (اختیاری)

مرور نهایی و حل مسائل منتخب

.....

سرفصل تفصیلی جلسه به جلسه

درس: جبر خطی — کارشناسی ریاضیات و کاربردها

جلسه ۱: آشنایی و مقدمات

معرفی درس، اهداف و شیوه ارزشیابی

تعریف ماتریس و نمایش ماتریسی داده‌ها

اعمال پایه روی ماتریس‌ها (جمع، ضرب اسکالر)

جلسه ۲: انواع ماتریس‌ها

ماتریس صفر، همانی، قطری، مثلثی

ماتریس متقارن و پادمتقارن

تفسیر ساختاری انواع ماتریس‌ها

جلسه ۳: جبر ماتریس‌ها (۱)

ضرب ماتریس‌ها

خواص ضرب ماتریسی

نابرابری جابجایی و پیامدهای آن

جلسه ۴: جبر ماتریس‌ها (۲)

ترانهاد ماتریس

خواص ترانهاد

ارتباط ترانهاد با تقارن و ضرب

جلسه ۵: جبر ماتریس‌ها (۳)

ماتریس معکوس

شرط وجود معکوس

محاسبه معکوس برای ماتریس‌های کوچک

جلسه ۶: دستگاه‌های معادلات خطی

نمایش ماتریسی دستگاه‌ها

مفهوم جواب، ناسازگاری و بی‌نهایت جواب

تفسیر هندسی دستگاه‌ها

جلسه ۷: حل تمرین و جمع‌بندی بخش اول

حل مسائل ترکیبی از ماتریس و دستگاه‌ها

رفع اشکال مفهومی

آمادگی برای ورود به دترمینان

جلسه ۸: دترمینان (۱)

تعریف دترمینان

محاسبه دترمینان مرتبه ۲ و ۳

تفسیر هندسی دترمینان

جلسه ۹: دترمینان (۲)

خواص دترمینان

رفتار دترمینان تحت اعمال سطری

ارتباط دترمینان و معکوس پذیری

جلسه ۱۰: دترمینان (۳)

بسط لاپلاس

دترمینان و ضرب ماتریس ها

کاربردهای محاسباتی

جلسه ۱۱: روش های محاسبه دترمینان

ساده سازی با اعمال سطری

مقایسه روش ها از نظر کارایی

حل مثال های ترکیبی

جلسه ۱۲: روش های محاسبه معکوس ماتریس

استفاده از ماتریس الحاقی

استفاده از اعمال سطری

مقایسه روش ها

جلسه ۱۳: حل دستگاه‌های خطی

دستور کرامر

تحلیل مزایا و محدودیت‌ها

مقایسه با روش حذف گاوسی

جلسه ۱۴: فضاهاى بردارى و بردارها

تعریف فضای برداری

جبر بردارها

مثال‌های کلاسیک از فضاهاى بردارى

جلسه ۱۵: توابع چندمتغیره و مشتقات جزئى

معرفى توابع چندمتغیره

مشتقات جزئى

تفسیر هندسى و کاربردى

جلسه ۱۶: کاربردهاى مشتقات جزئى و انتگرال‌گیرى

کاربرد مشتقات جزئى

روش‌هاى انتگرال‌گیرى:

تغییر متغیر

جزء به جزء

تجزیه به کسرها

جمع‌بندى نهایی درس



روش تدریس

تدریس مفهومی همراه با حل مسئله

پرسش و پاسخ هدفمند

استفاده از نمایش‌های هندسی برای فضاهای برداری

(در صورت امکان) استفاده محدود از نرم‌افزارهای Maple یا MATLAB برای تجسم و محاسبه

وظایف دانشجوی

مطالعه منظم مطالب هر جلسه

حل تمرین‌های هفتگی

مشارکت فعال در کلاس

انجام تکالیف تحویلی (دست‌نویس یا تایپ‌شده طبق نظر مدرس)

شیوه ارزشیابی

آزمون میان‌ترم: ۳۰٪

آزمون پایان‌ترم: ۴۰٪

تمرین‌ها و فعالیت کلاسی: ۳۰٪

منابع پیشنهادی

1. Hoffman, K., & Kunze, R., Linear Algebra
2. Strang, G., Linear Algebra and Its Applications
3. Apostol, T. M., Linear Algebra: A First Course

4. Lang, S., Linear Algebra

5.